or-14. 総合演習①

（オペレーションズリサーチ）

URL: https://www.kkaneko.jp/cc/or/index.html

金子邦彦

CC BY NC SA

アウトライン

総合演習を行う

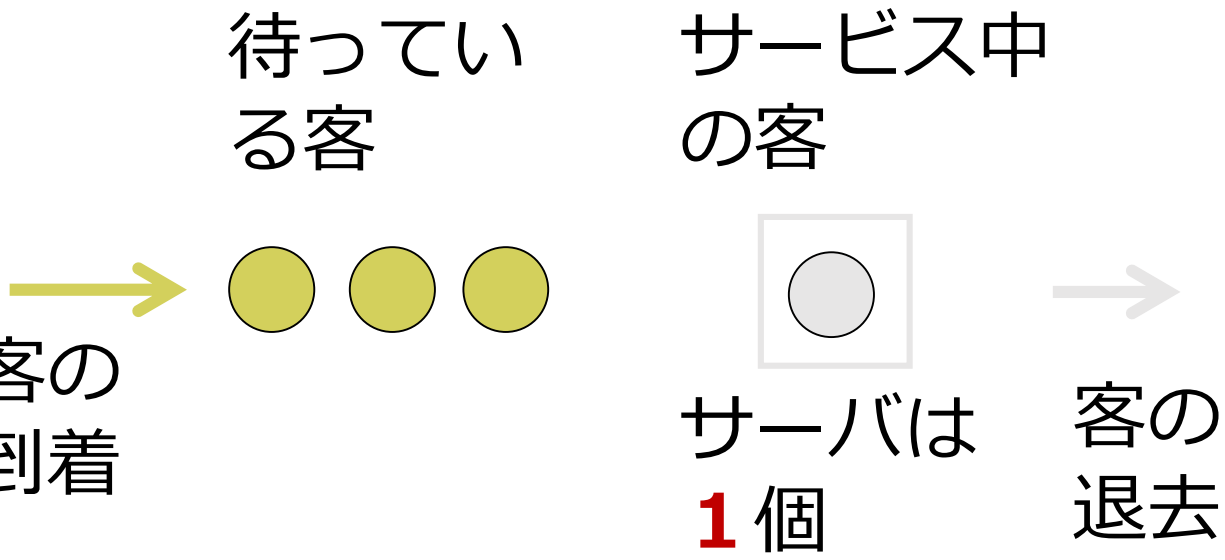
- 待ち行列
- 線形計画法

14-1. 待ち行列シミュレーションを行うオンラインサイト

混雑や滞留の例

- 人
  窓口，売り場
- もの
  車の渋滞，倉庫への預け入れと取り出し
- 情報
  インターネットのパケット
  オペレーティングシステムのプロセス

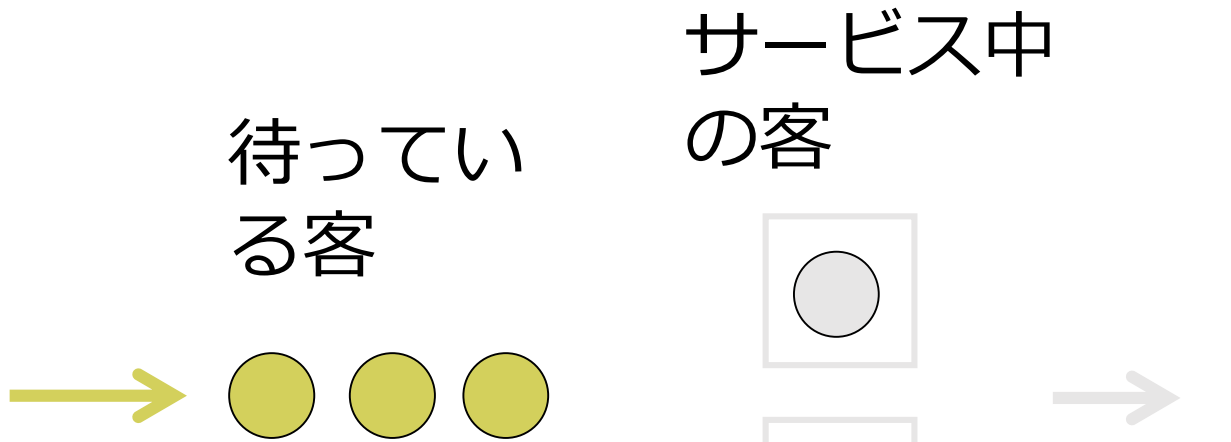
M/M/1 型の待ち行列



客は**ランダム**に到着

サービスの所要時間も**ランダム**

M/M/2 型の待ち行列

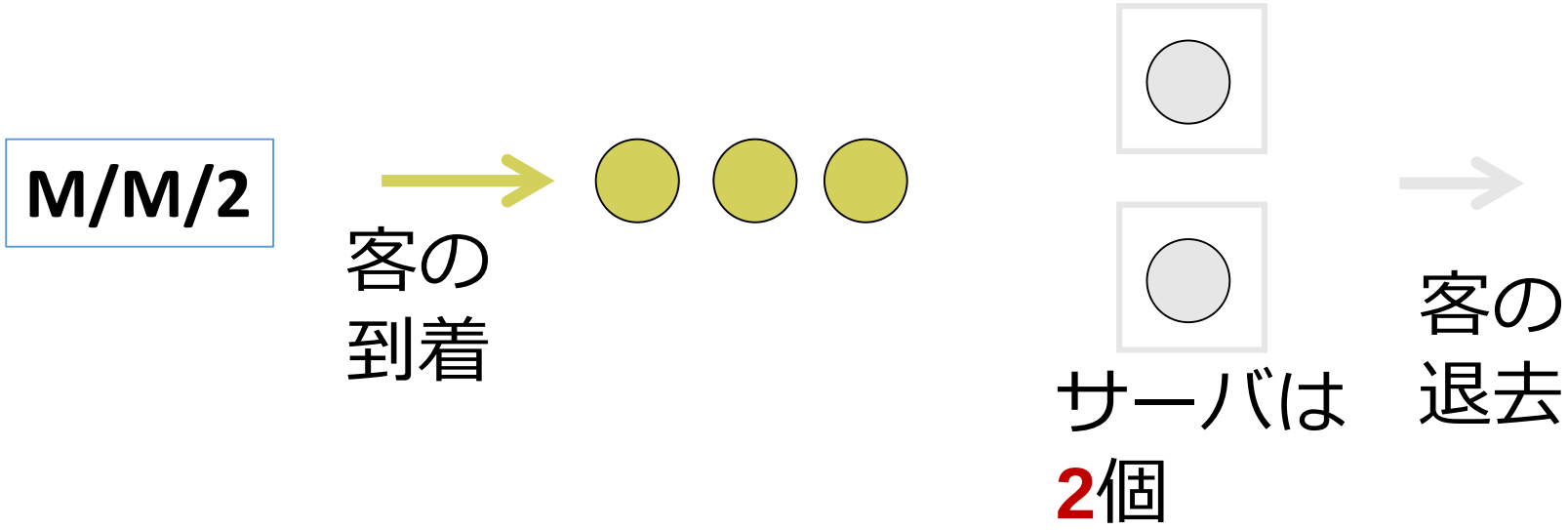


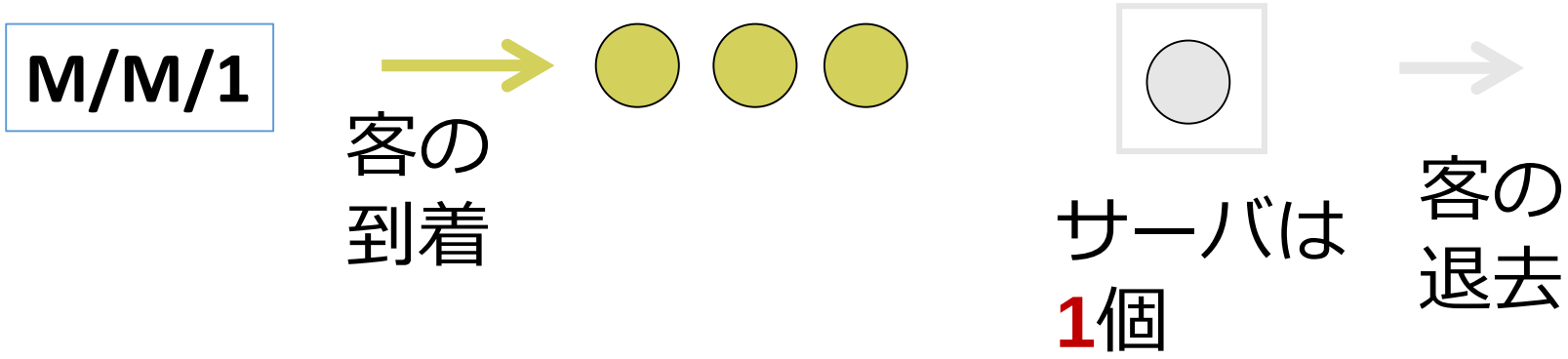
客は**ランダム**に到着

サービスの所要時間も**ランダム**

今から行う待ち行列シミュレーション

① M/M/2 と M/M/1 の比較





今から行う待ち行列シミュレーション

② シミュレーションのために，
サービス時間の平均，到着間隔の平均を設定する

実データをもとに設定

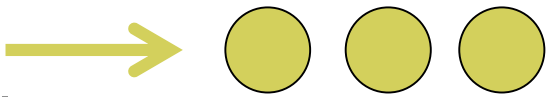
次の実データでは，
サービス時間の平均 97.78
到着間隔の平均 59.54

客番号	到着間隔	サービス時間	対数サービス時間
1	25	40	3.6889
2	170	37	3.6109
3	101	168	5.1240
4	308	58	4.0604
5	27	89	4.4886
6	2	52	3.9512
7	31	60	4.0943
8	80	59	4.0775
9	29	133	4.8903
10	16	42	3.7377
11	21	113	4.7274
12	16	27	3.2958
13	37	60	4.0943
14	88	190	5.2470
15	121	72	4.2767
16	76	58	4.0604
17	201	48	3.8712
…			
50	104	54	3.9890
平均	59.54	97.78	4.349
分散	4019.41	5895.53	0.4366

www.comp.tmu.ac.jp/yamashita/lec/managementscience2015.pptx より

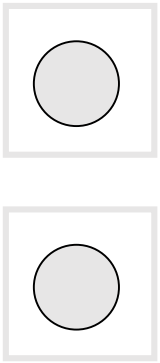
今から行う待ち行列シミュレーション

M/M/2



客の
到着

到着間隔の平均 59.54



サーバは
2個

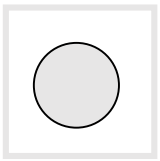
客の
退去

サービス時間の平均 97.78

M/M/1

客の
到着

到着間隔の平均 59.54



サーバは
1個

客の
退去

サービス時間の平均 48.89
（2個の場合と比べて，2倍高速）

演習

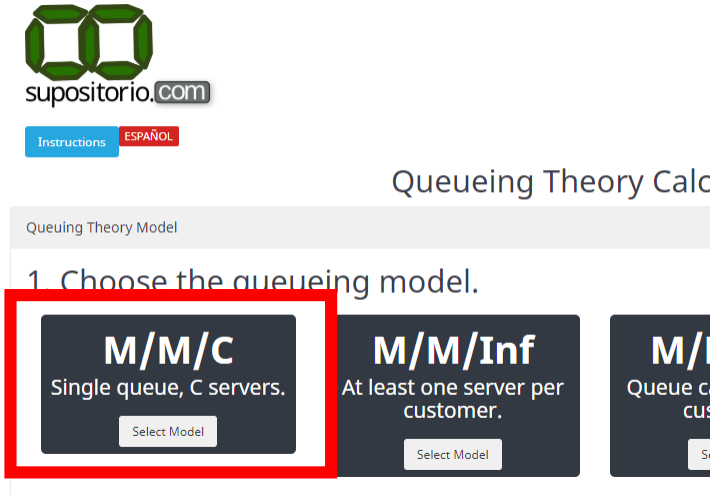
① ウェブブラウザを起動する

edge を推奨

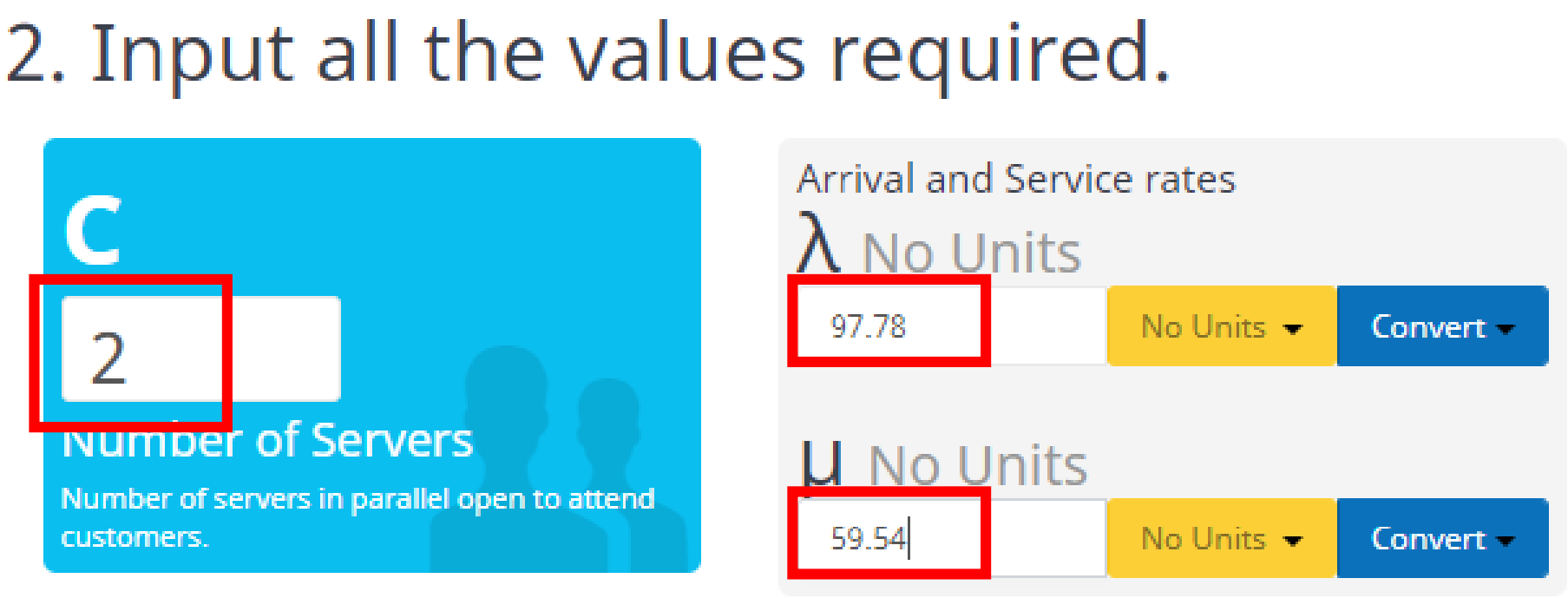
② 次の URL を開く

https://www.supositorio.com/rcalc/rcalclite.htm

③ 「M/M/C」をクリック



④　M/M/2 のシミュレーション．次のように設定

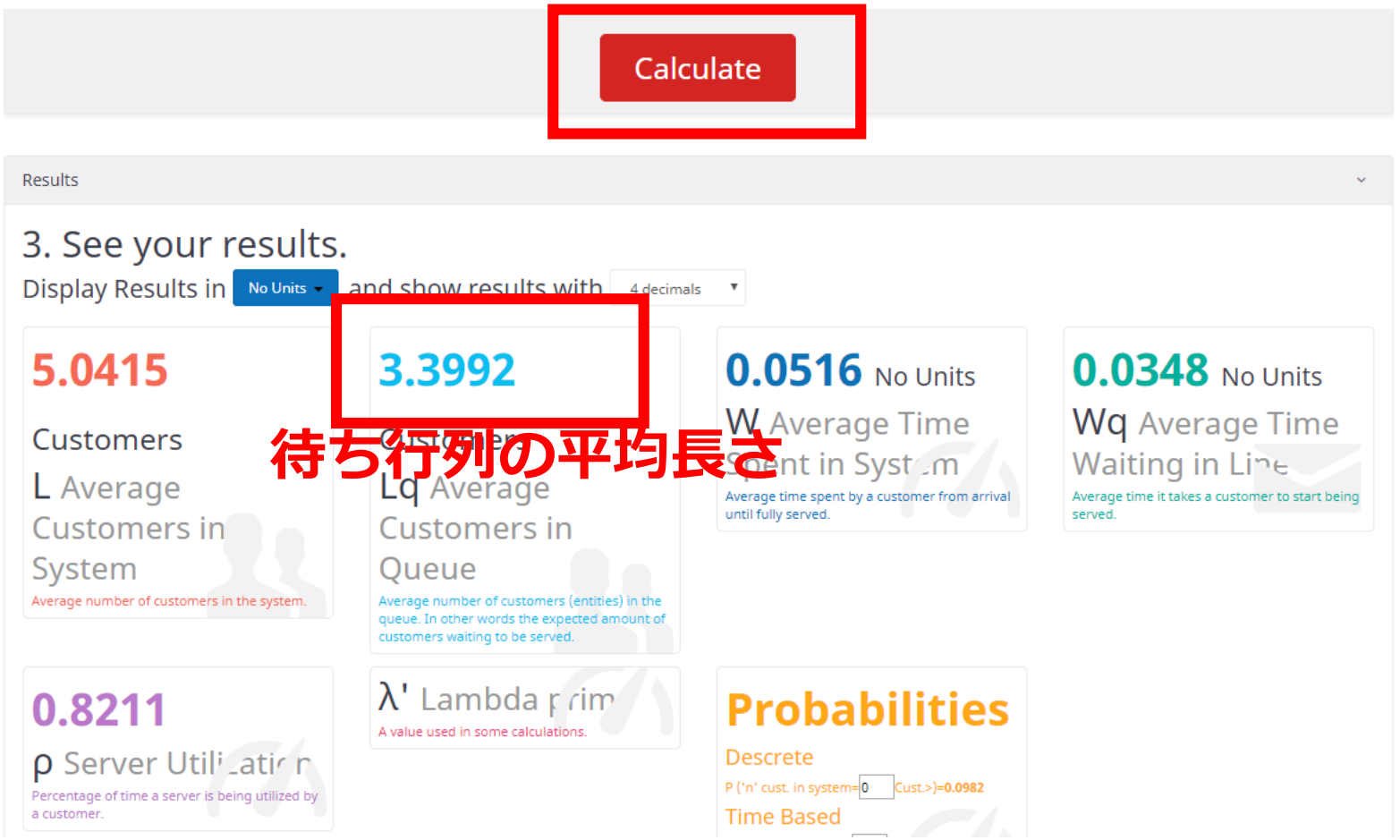


サーバは **2**個

サービス時間の平均は **97.78**

到着間隔の平均は **59.54**

⑤ 「Calculate」をクリックすると，結果が出る

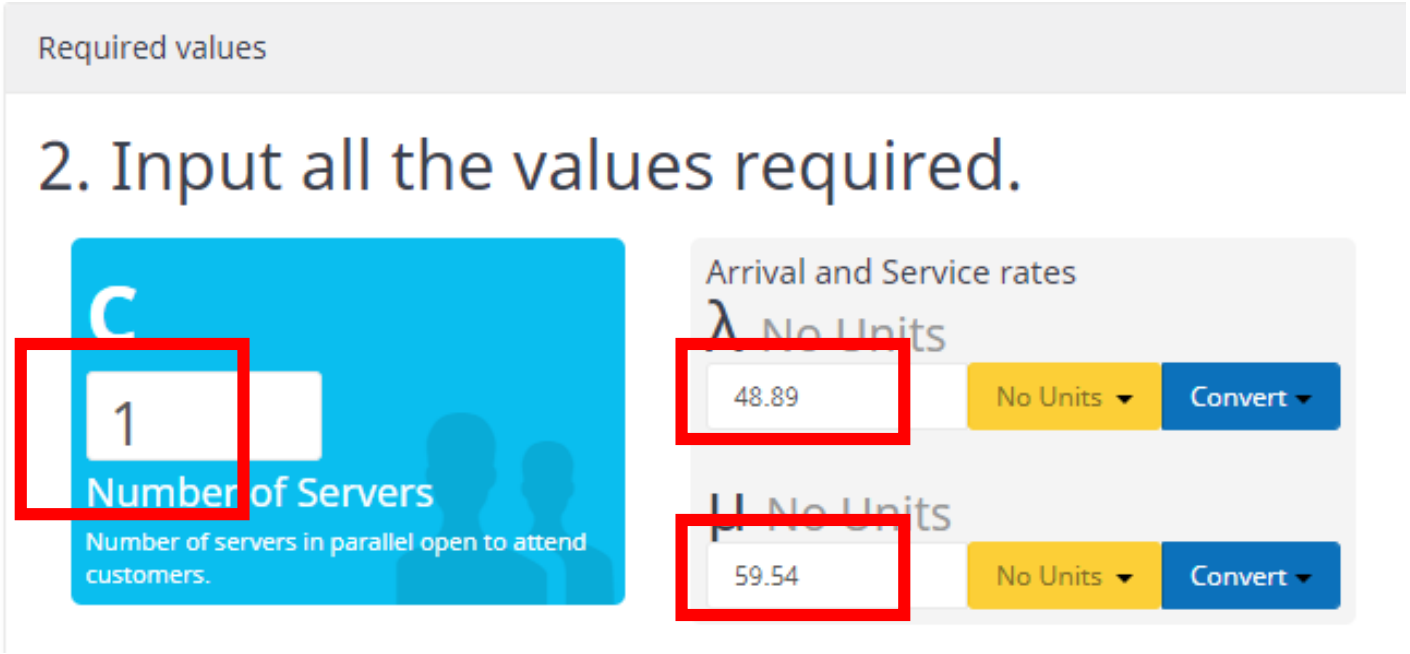


待ち行列の平均長さ

⑥　今度は，次のように設定

サーバは**1個**に.

サービス時間の平均は，さっきの**半分**に.

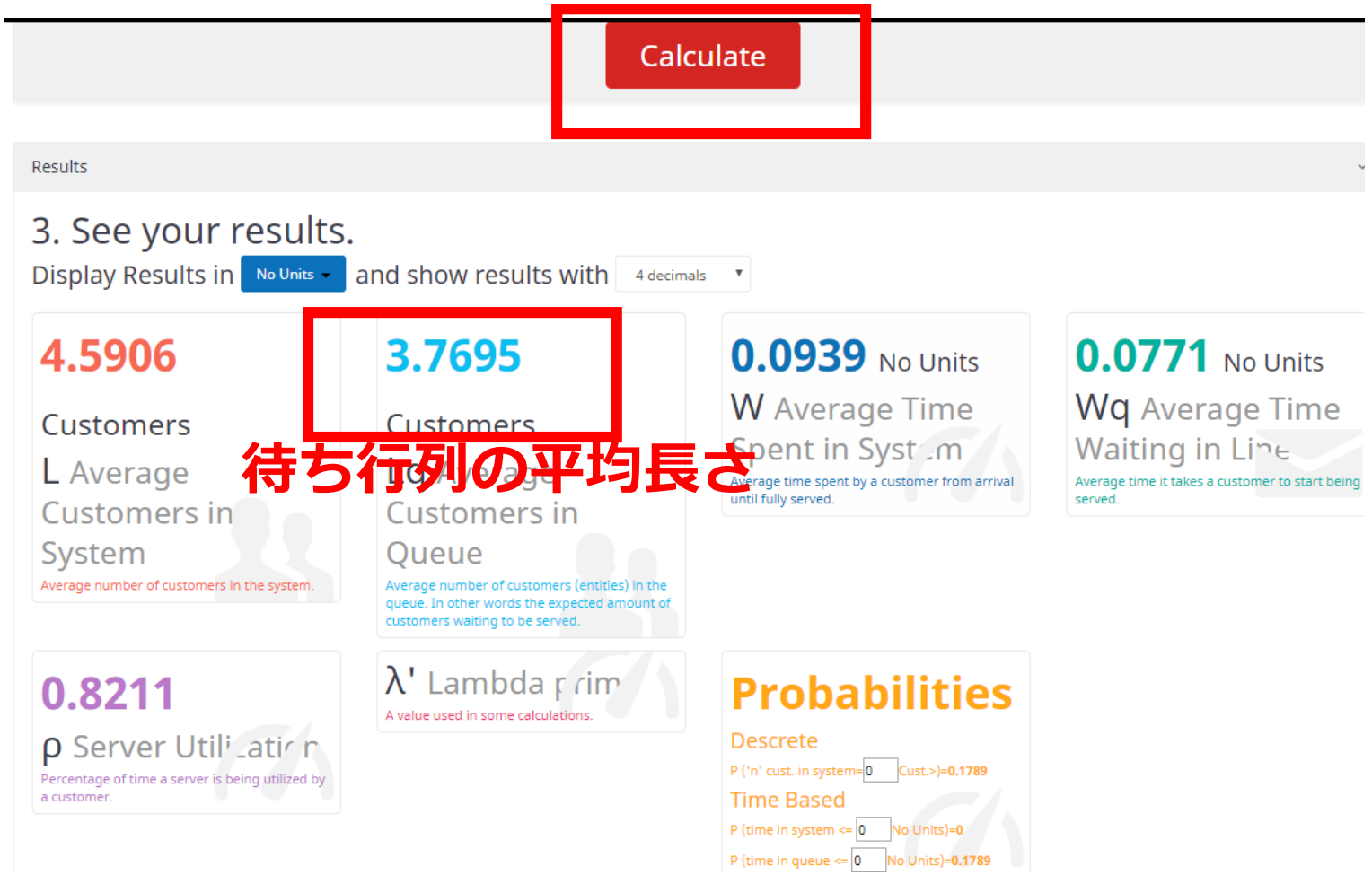


サーバは **1**個

サービス時間の平均は **48.89**

到着間隔の平均は **59.54**

⑦ 「Calculate」をクリックすると，結果が出る



待ち行列の平均長さ

結果の比較

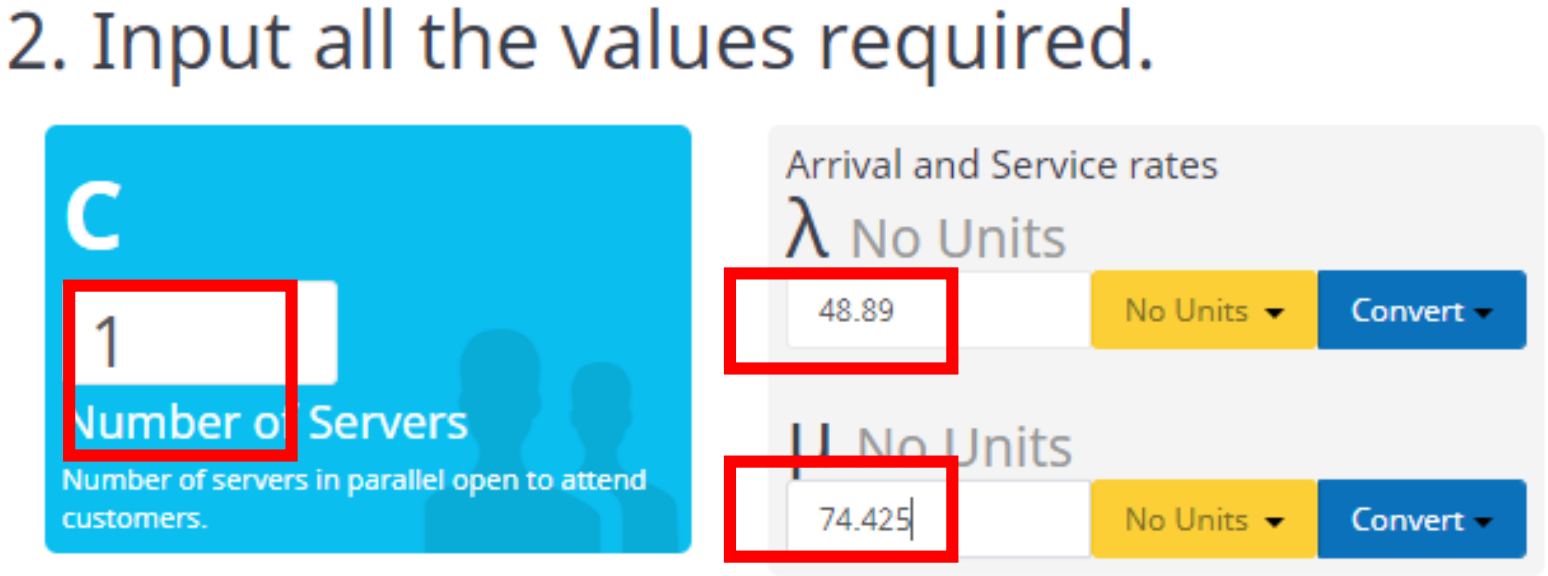
サーバの個数	サービス時間の平均	到着間隔の平均	待ち行列の平均長さ
2	97.78	59.54	3.3992
1	48.89	59.54	3.7695

①サーバが２個
②サーバは１個、性能は２倍

①の方が，待ち行列の平均長さが短い.
待たせずに済みそう

⑧　今度は，次のように設定

客が**２０%減**　（到着間隔は　１．２５倍）

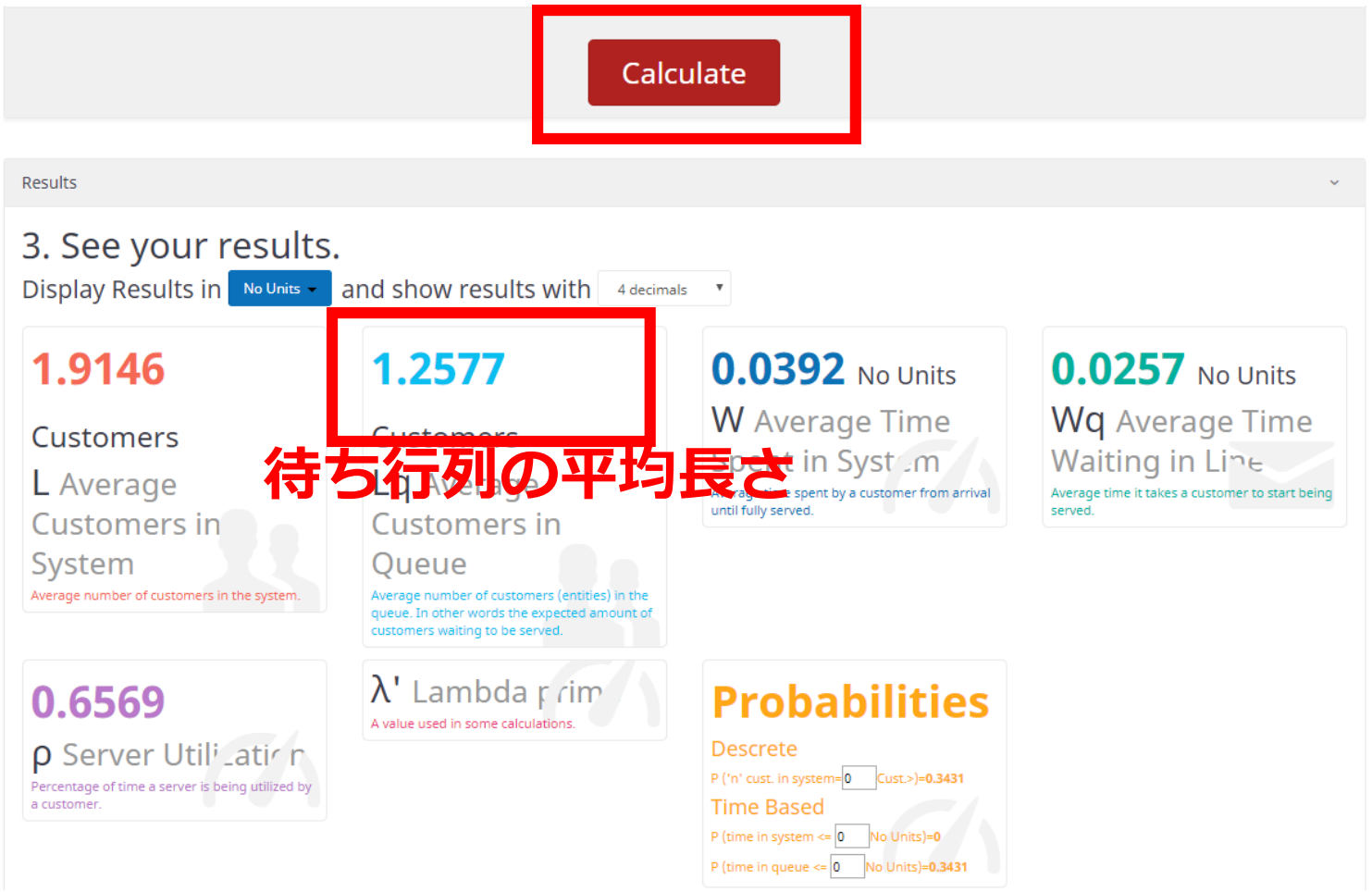


サーバは **1**個

サービス時間の平均は **48.89**

到着間隔の平均は **74.425**

⑨ 「Calculate」をクリックすると，結果が出る



結果の比較

サーバの個数	サービス時間の平均	到着間隔の平均	待ち行列の平均長さ
2	97.78	59.54	3.3992
1	**48.89**	**59.54**	**3.7695**
1	**48.89**	**74.425**	**1.2577**

客が２０%減っただけで，**待ち行列が約１／３**になる

14-2. Excel のソルバーと線形計画法

Excel のソルバー

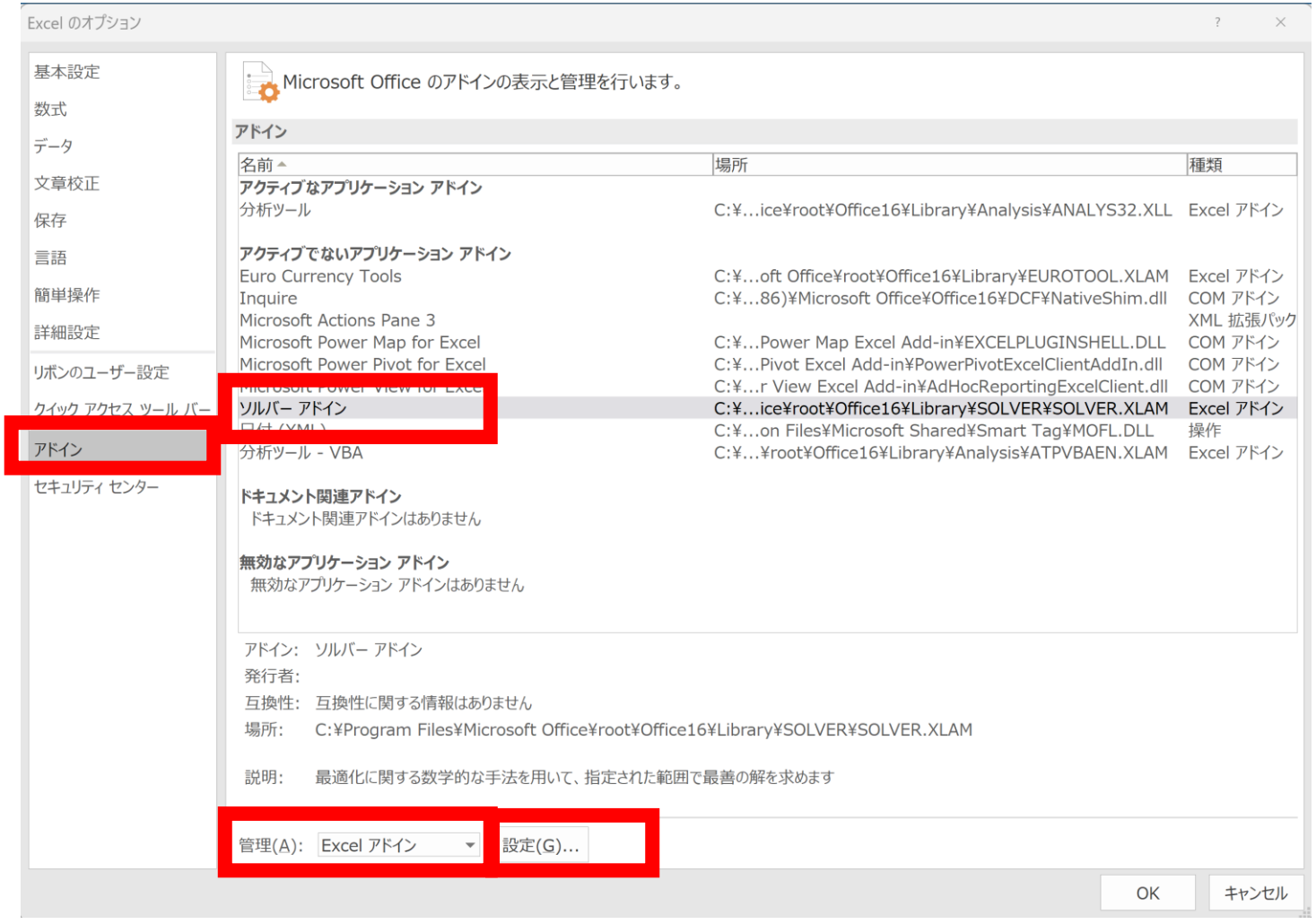
- 線形計画法の機能を持つ

- 「変数が整数である」という制約を扱う機能も持つ

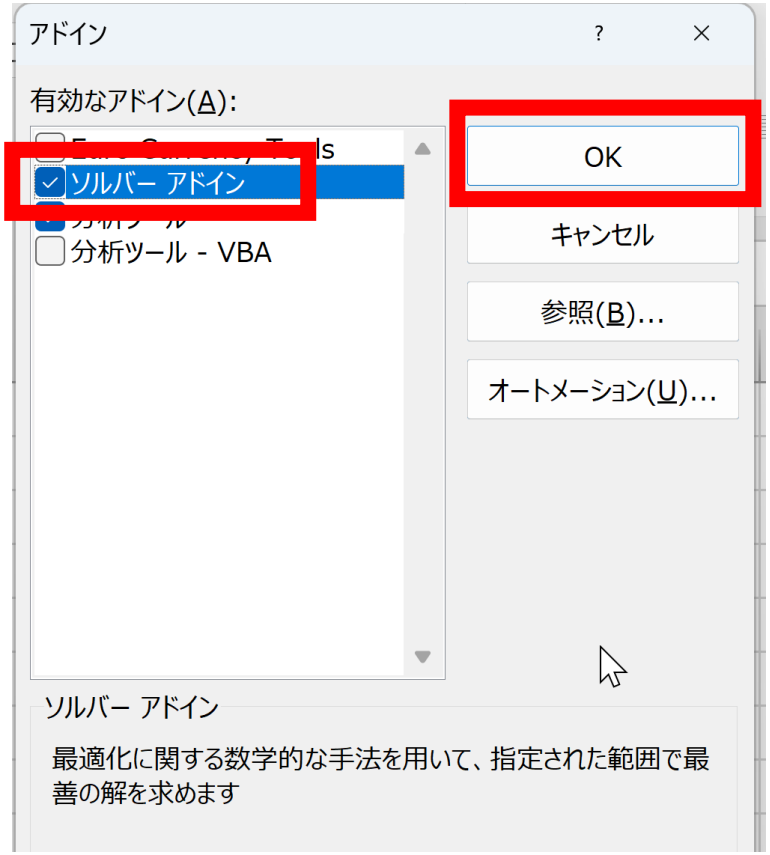
Excel のアプリ版での前準備

① Excel で，**ファイル**，**オプション**，**アドイン**と操作

② **Excel アドイン**で，「**ソルバーアドイン**」を選び「**設定**」



③「**ソルバーアドイン**」をチェックし「**OK**」



線形計画法の例題

- 変数 x と y （**x と y** は**整数**である）
- 制約

$$3x + y \leqq 10$$

$$x + 2y \leqq 4$$

一次式

これら制約のもとで

x + y の最大値

はいくらか？

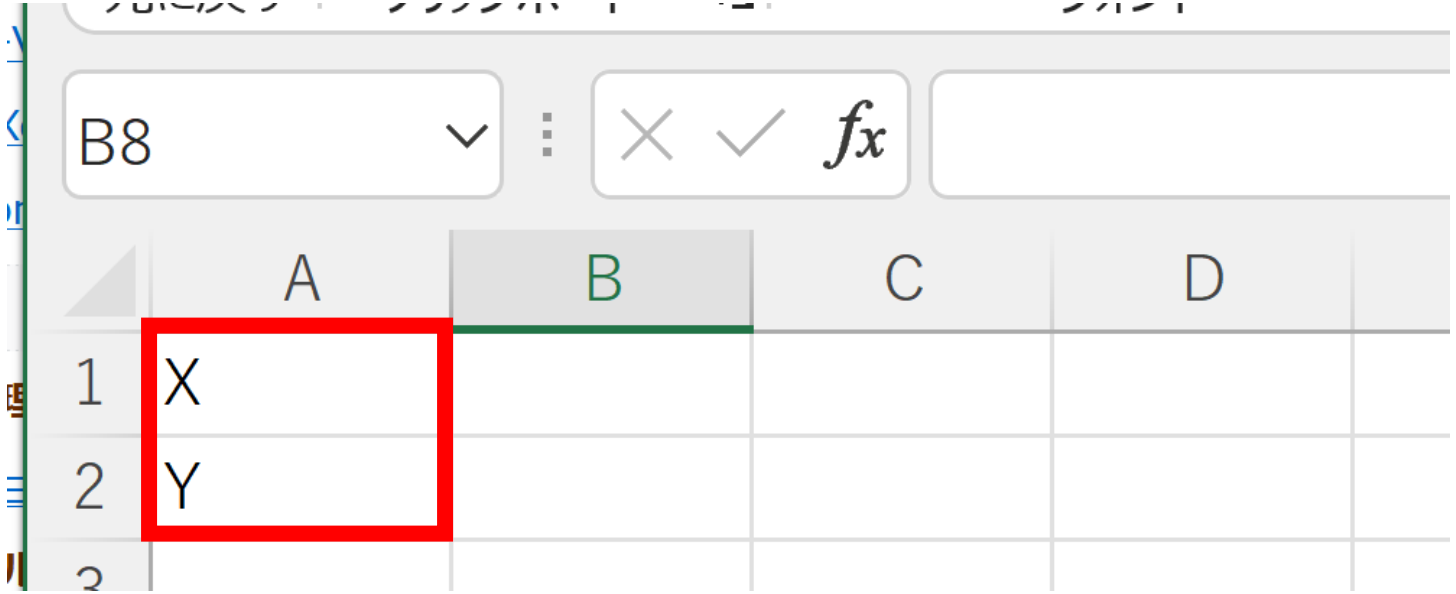
演習

① **変数の個数は 2個（2変数）**なので

→ 2行使う.

分かりやすくすために

A1 と A2 に，変数名 X, Y を書く



② セル C1, C2, D1, D2, E1, E2 に値を書く

制約式

$3x + y \leqq 10$

$x + 2y \leqq 4$

目的

$x + y$ の最大化

$3x + 1y$

$1x + 2y$

$1x + 1y$

1 を補う

x	*y*
3	1
1	2
1	1

縦横入れ替え

	A	B	C	D	E
1	X		3	1	1
2	Y		1	2	1
3					

③ セル **C3** に次の式を書く

変数の個数は 2個（2変数） である

=SUMPRODUCT(**C**1:**C2**, $B1:$B**2**)

	A	B	C
1	X		3
2	Y		1
3			0

3 *x* + 1 *y*

になる予定

④ セル **C3** の式を，**D3, E3** に「**コピー&貼り付け**」する．　右クリックメニューが便利

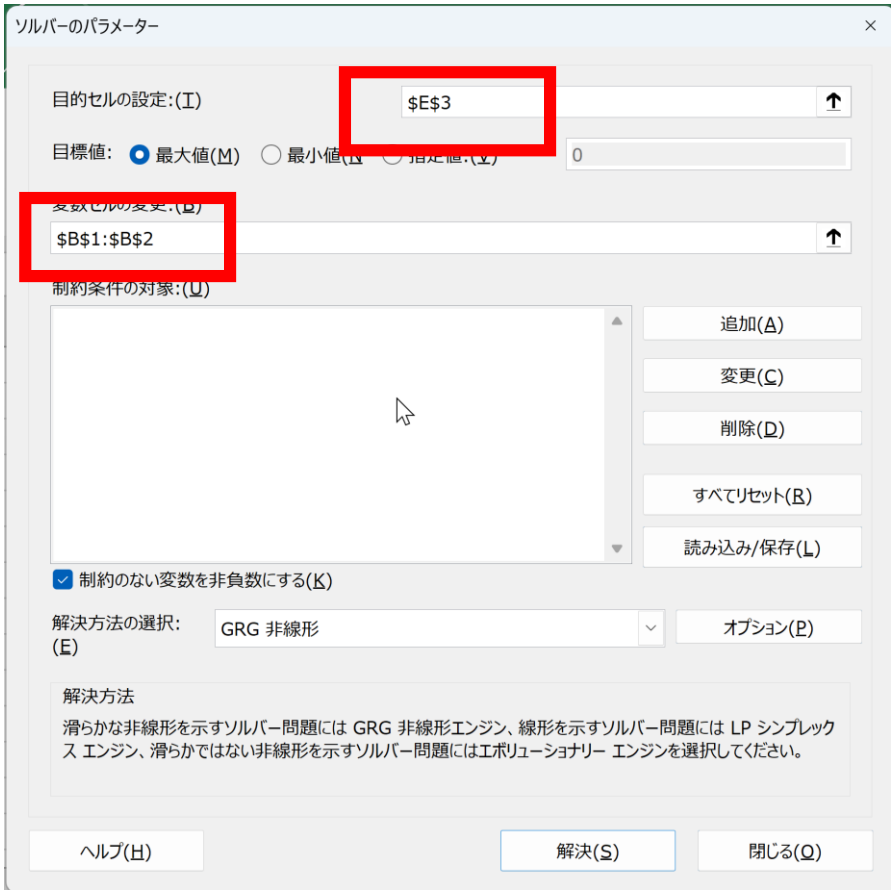
その結果，次のようになる
セル **D**3:　=SUMPRODUCT(**D**1:**D2**, $B1:$B**2**)
セル **E**3:　=SUMPRODUCT(**E**1:**E2**, $B1:$B**2**)

	A	B	C	D	E
1	X		3	1	1
2	Y		1	2	1
3			0	0	0

1 *x* + 2 *y* になる予定　　**1 *x* + 1 *y*** になる予定

⑤ Excel で線形計画法の設定を開始

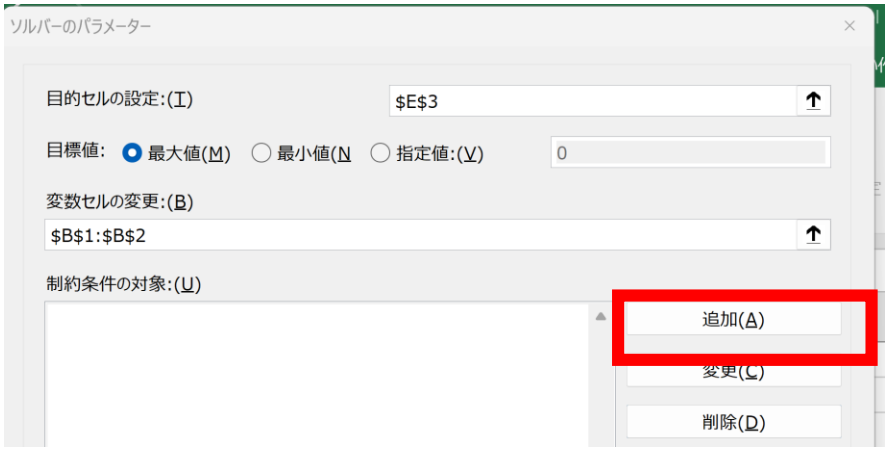
- セル **B1 から B2** を**範囲選択**してから，
- 「**データ**」→「**ソルバー**」と操作
- まず，次のように設定.



$E$3

$B$1:$B$2

⑥「**追加**」をクリック．　**3 *x* + *y* ≦ 10** についての制約条件を追加．「**追加**」をクリック．



$C$3　<=　10

「追加」をクリック

制約式

3 *x* + *y* ≦ 10

⑦ $x + 2y \leqq 4$ についての制約条件を追加. 「**追加**」をクリック.

$D$3 <= 4

「追加」をクリック

制約式

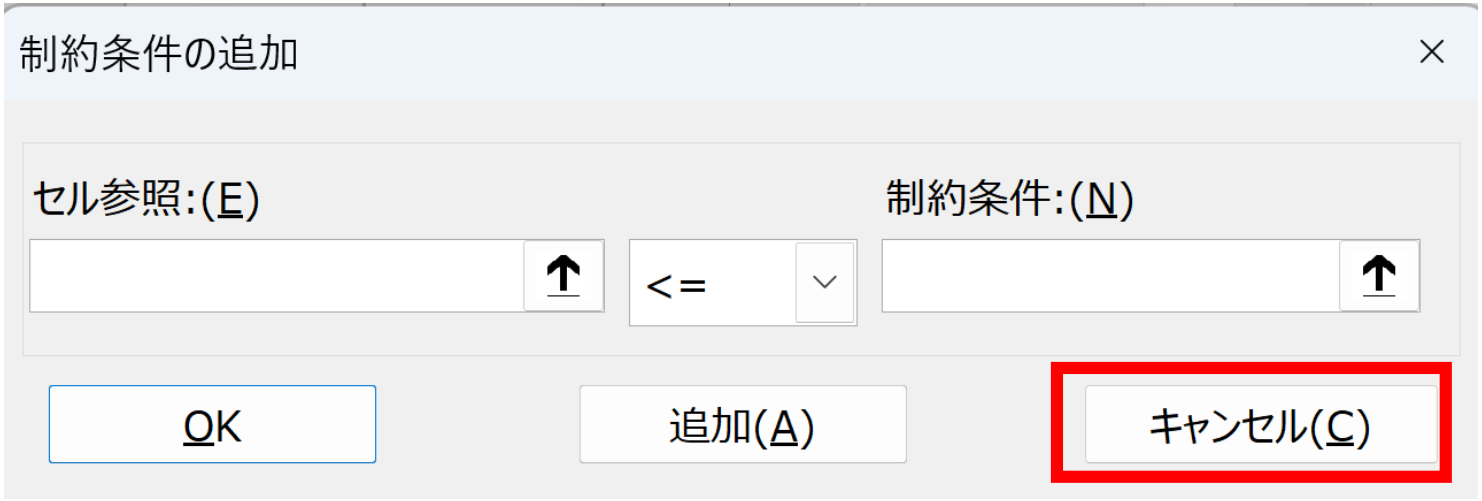
$x + 2y \leqq 4$

⑧ *x*, *y* は整数であるという制約条件を追加．「**追加**」をクリック．

$B$1:$B$2
int

「追加」をクリック

⑨ 制約条件の追加を終わる．「**キャンセル**」をクリック．



「キャンセル」をクリック

⑩ 「解決」をクリック.

ソルバーのパラメーター
目的セルの設定:(T)
$E$3
目標値:
最大値(M)
最小値(N
指定値:(V)
0
変数セルの変更:(B)
$B$1:$B$2
制約条件の対象:(U)
$B$1:$B$2 = 整数
$C$3 <= 10
$D$3 <= 4
追加(A)
変更(C)
削除(D)
すべてリセット(R)
読み込み/保存(L)
制約のない変数を非負数にする(K)
解決方法の選択:
(E)
GRG 非線形
オプション(P)
解決方法
滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプレックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエボリューショナリー エンジンを選択してください。
ヘルプ(H)
解決(S)
閉じる(O)

⑪　結果を確認

- 変数 x と y （**x と y** は**整数**である）
- 制約

$$3x + y \leqq 10$$

$$x + 2y \leqq 4$$

これら制約のもとで

x + y の最大値は 3

	A	B	C	D	E
1	X	2	3	1	1
2	Y	1	1	2	1
3			7	4	3

14-3. 変数の数が 3 の場合

線形計画法の例題

- 変数 X と Y と Z （**X と Y と Z** は**整数**である）
- 制約式

$$2X + 3Y + 4Z \leqq 20$$

$$3X + 4Y + 2Z \leqq 25$$

$$5X + 2Y + 2Z \leqq 24$$

- これら制約のもとで

X + Y + Z の最大値

はいくらか？

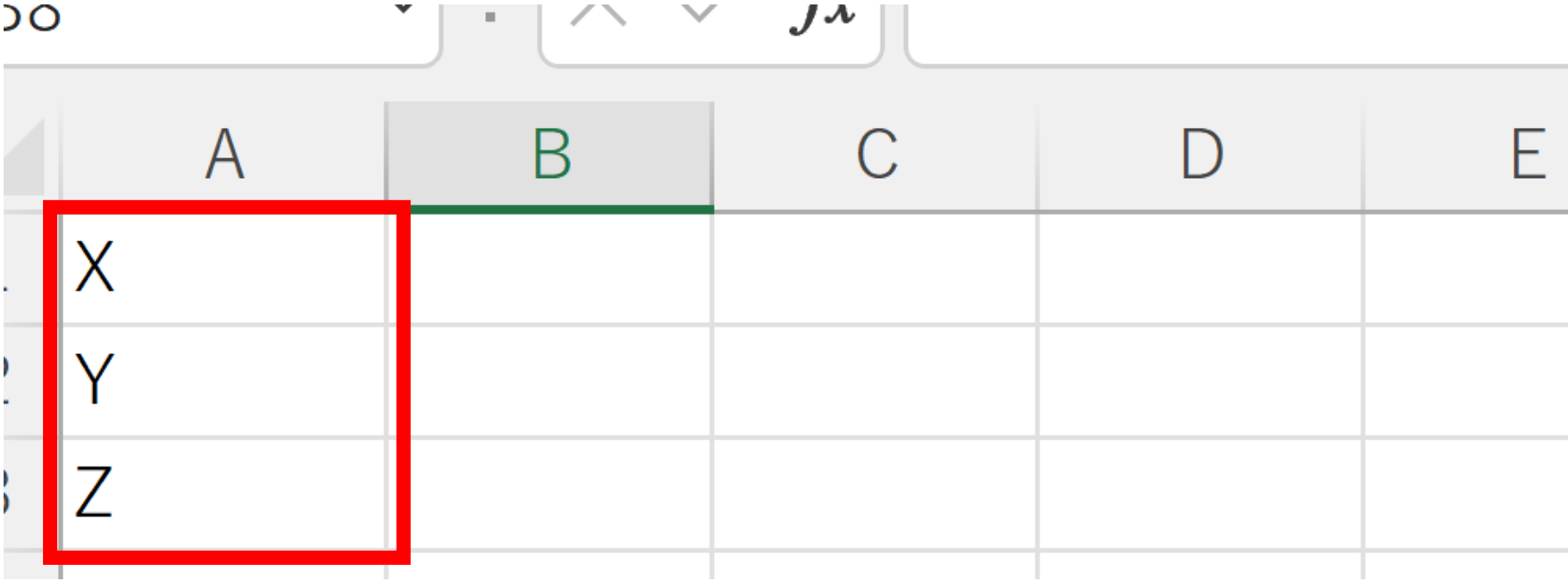
演習

① **変数の個数は 3個（3変数）**なので

→ 3行使う.

分かりやすくすために

A1 と A2 と A3 に，変数名 X, Y, Z を書く



② 次のように値を書く

制約式

$2X + 3Y + 4Z \leqq 20$

$3X + 4Y + 2Z \leqq 25$

$5X + 2Y + 2Z \leqq 24$

目的

$X + Y + Z$ の最大化

$2X + 3Y + 4Z$

$3X + 4Y + 2Z$

$5X + 2Y + 2Y$

$1X + 1Y + 1Z$

1 を補う

X	Y	Z
2	3	4
3	4	2
5	2	2
1	1	1

縦横入れ替え

C4

	A	B	C	D	E	F
1	X		2	3	5	1
2	Y		3	4	2	1
3	Z		4	2	2	1

③ セル **C4** に次の式を書く

変数の個数は 3個（3変数） である

=SUMPRODUCT(**C**1:**C3**, $B1:$B**3**)

	A	B	C	D	E	F
1	X		2	3	5	1
2	Y		3	4	2	1
3	Z		4	2	2	1
4			0			

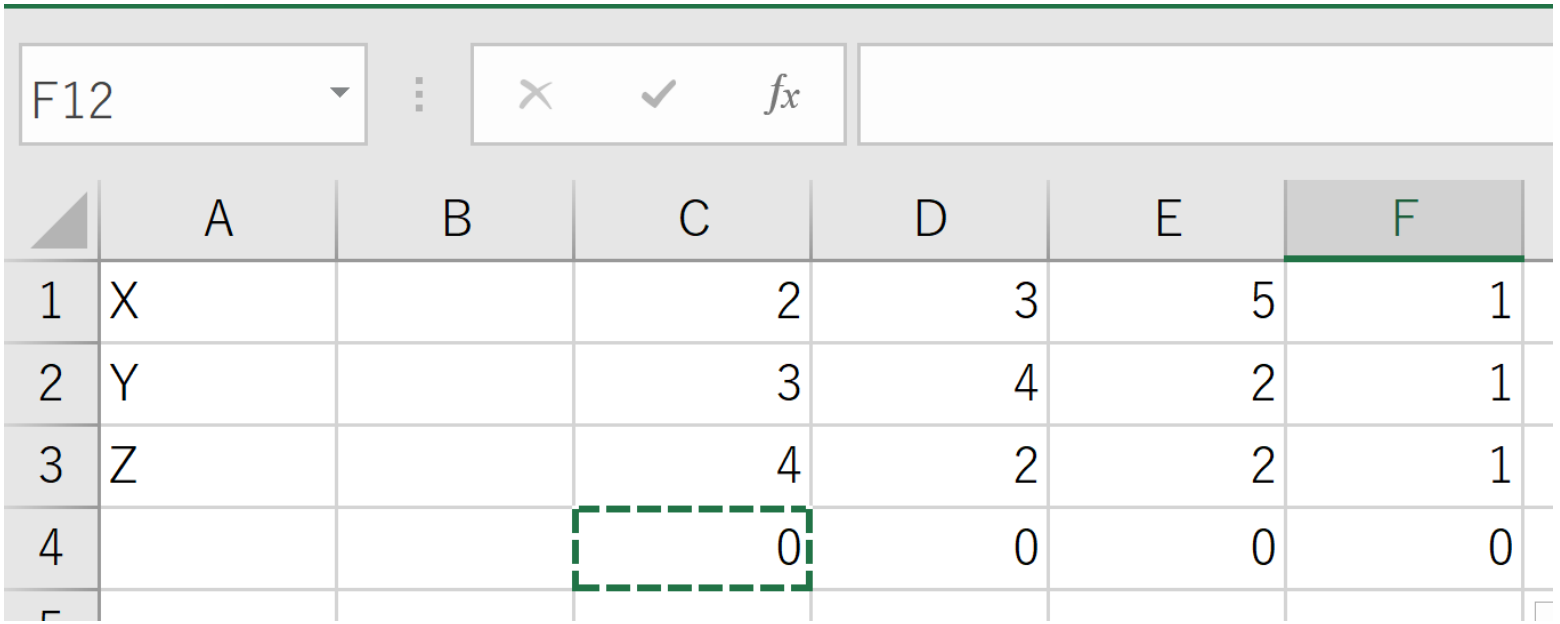
④ セル **C4** の式を，**D4, E4, F4** に「**コピー&貼り付け**」する．　右クリックメニューが便利

その結果，次のようになる

セル **D**4:　=SUMPRODUCT(**D**1:**D3**, $B1:$B**3**)

セル **E**4:　=SUMPRODUCT(**E**1:**E3**, $B1:$B**3**)

セル **F**4:　=SUMPRODUCT(**F**1:**F3**, $B1:$B**3**)



	A	B	C	D	E	F
1	X		2	3	5	1
2	Y		3	4	2	1
3	Z		4	2	2	1
4			0	0	0	0

⑤ セル B1 から B3 を範囲選択してから，

「**データ**」→「**ソルバー**」と操作し次のように設定.「**解決**」をクリック

線形計画法の例題

⑥ 結果の確認

- **X と Y と Z** は**整数**である
- 制約式

$$2X + 3Y + 4Z \leqq 20$$

$$3X + 4Y + 2Z \leqq 25$$

$$5X + 2Y + 2Z \leqq 24$$

- これら制約のもとで

X + Y + Z の最大値は 7

（X=2, Y=2, Z=1 のとき）

	A	B	C	D	E	F
1	X	2	2	3	5	1
2	Y	4	3	4	2	1
3	Z	1	4	2	2	1
4			20	24	20	7

14-4. 線形計画法の演習問題

線形計画法の例題

- あるレストランの手持ちの材料

ひきにく	**3800**
玉ねぎ	**2100**
ケチャップ	**1200**

- ハンバーグとオムレツに必要な材料

ハンバーグ１個あたり

ひきにく　**60**，玉ねぎ　**20**，ケチャップ　**20**

オムレツ１個あたり

ひきにく　**40**，玉ねぎ　**30**，ケチャップ　**10**

・ハンバーグは **400**円，オムレツは **300**円である．**売り上げを最大**にしたい

線形計画法の例題 1

- 変数 X と Y （**2**変数）
- 制約式

  60X + **40**Y ≦ **3800**

  20X + **30**Y ≦ **2100**

  20X + **10**Y ≦ **1200**
- これら制約のもとで

  400 X + 300 Y の最大値

  はいくらか？

X=30, Y=50 のとき

最大 27000

	A	B	C	D	E	F
1	X	30	60	20	20	400
2	Y	50	40	30	10	300
3			3800	2100	1100	27000

線形計画法の例題２

- ある工場の手持ちの材料

  ねじ　**36**

  板　　**12**

- 机と椅子に必要な材料

  机１つあたり

  ねじ　**6**，板　**1**

  椅子１つあたり

  ねじ　**3**，板　**2**

・机は **4**万円，椅子は **3**万円である．売り上げを最大にしたい

線形計画法の例題２

- 変数 X と Y （**2**変数）
- 制約式

$$6X + 3Y \leqq 36$$

$$X + 2Y \leqq 12$$

- これら制約のもとで

40000 X + 30000 Y の最大値

はいくらか？

	A	B	C	D	E
1	X	4	6	1	40000
2	Y	4	3	2	30000
3			36	12	280000

X=4, Y=4 のとき

最大値 280000